

MATERIAL DE APOYO

1/9

Período 3 Matemática

Ejercicios Resueltos. (División De Polinomios)

Procedimientos:

- 1) Se Ordenan y Completan Los Polinomios Si es necesario.
- 2) Se divide el 1º Término del dividendo entre el primer Término del divisor y el resultado será el 1º Término del Cociente.
- 3) Se multiplica el 1º Término del Cociente por Todo el Polinomio divisor y el "opuesto" del resultado se coloca en el polinomio dividendo y se agrupan los Términos semejantes.
- 4) Se repite el proceso hasta que el residuo o resto sea Cero (0) o su grado sea menor que el divisor.

Dividir: $(-12x^3 - 13x^2 + 10x^4 + 9x - 3 + 4x^5)$
Entre $(2x^2 - 3)$. ordenando y completando

Solución:

$$\begin{array}{r} 4x^5 + 10x^4 - 12x^3 - 13x^2 + 9x - 3 \\ -4x^5 - 0x^4 + 6x^3 \\ \hline 10x^4 - 6x^3 - 13x^2 \\ -10x^4 - 0x^3 + 15x^2 \\ \hline -6x^3 + 2x^2 + 9x \\ +6x^3 + 0x^2 - 9x \\ \hline 2x^2 + 0x - 3 \\ -2x^2 - 0x + 3 \\ \hline 0x^2 + 0x + 0 \end{array}$$

División Exacta. $0x^2 + 0x + 0$

Periodo 3 2/a

b) Efectiva: $(-9x^3 - 3x^2 + 2x^4 - x - 1) \div (1 + 2x)$

Solución:

$$\begin{array}{r|l} 2x^4 - 9x^3 - 3x^2 - x - 1 & 2x + 1 \\ - 2x^4 - 1x^3 & \\ \hline - 10x^3 - 3x^2 & \\ + 10x^3 + 5x^2 & \\ \hline 2x^2 - x & \\ - 2x^2 - x & \\ \hline - 2x - 1 & \\ + 2x + 1 & \\ \hline & \end{array}$$

Cociente = $C(x) = x^3 - 5x^2 + x - 1$

Residuo = $R(x) = 0 \rightarrow$ División Exacta.

c) $(3x^2 - 10x^3 + 4x^5 - x + 6) \div (x^3 + x - 2x^2)$

Solución:

$$\begin{array}{r|l} 4x^5 + 0x^4 - 10x^3 + 3x^2 - x + 6 & x^3 - 2x^2 + x \\ - 4x^5 + 8x^4 - 4x^3 & \\ \hline 8x^4 - 14x^3 + 3x^2 & \\ - 8x^4 + 16x^3 - 8x^2 & \\ \hline 2x^3 - 5x^2 - x & \\ - 2x^3 + 4x^2 - 2x & \\ \hline - x^2 - 3x + 6 & \end{array}$$

$C(x) = 4x^2 + 8x + 2$

$R(x) = -x^2 - 3x + 6$

División Inexacta.

Periodo 3 3/9

Periodo 3. Productos Notables.

En algunos casos, la multiplicación de dos polinomios tiene una forma especial, y es posible conocer el producto sin resolver la multiplicación. La Generalización de estos resultados se conoce con el nombre de Productos Notables.

Ⓘ Cuadrado de una Suma $(a+b)^2$

Es igual al cuadrado del 1º término más el doble producto del 1º por el 2º más el cuadrado del 2º término.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

También se puede resolver multiplicando los polinomios.

$$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 \\ = a^2 + 2ab + b^2$$

Ejemplos

$$\begin{aligned} \text{a) } (3+2x^2)^2 &= (3+2x^2) \cdot (3+2x^2) \\ &= 9 + 6x^2 + 6x^2 + 4x^4 \\ &= 9 + 12x^2 + 4x^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (5x^3+2x^2)^2 &= (5x^3+2x^2) \cdot (5x^3+2x^2) \\ &= 25x^6 + 10x^5 + 10x^5 + 4x^4 \\ &= 25x^6 + 20x^5 + 4x^4 \end{aligned}$$

Periodo 3 4/9

II Cuadrado de una Diferencia $(a-b)^2$
Es igual al cuadrado del 1er Término
menos el doble producto del 1^o por el
2^o más el cuadrado del 2^o Término.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

También se puede resolver multiplicando
los polinomios

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 \\ = a^2 - 2ab + b^2$$

Ejemplos:

$$a) (2x^2 - 3x)^2 = (2x^2 - 3x)(2x^2 - 3x) \\ = 4x^4 - 6x^3 - 6x^3 + 9x^2 \\ = 4x^4 - 12x^3 + 9x^2$$

$$b) (7x^2 - 2)^2 = (7x^2 - 2)(7x^2 - 2) \\ = 49x^4 - 14x^2 - 14x^2 + 4 \\ = 49x^4 - 28x^2 + 4$$

III Producto de una Suma por su Diferencia
 $(a+b)(a-b)$

Es igual al cuadrado del primer término
menos el cuadrado del 2^o Término.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

También se puede resolver multiplicando
los polinomios:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

Ejemplos

$$a) (3x^2 + 5x)(3x^2 - 5x) = 9x^4 - 15x^3 + 15x^3 - 25x^2 = 9x^4 - 25x^2$$
$$(2x + 1)(2x - 1) = 4x^2 - 2x + 2x - 1 = 4x^2 - 1$$

Período 3 5/9

IV Producto de Dos binomios con un
Término Común $(a+b)(a+c)$

Es igual al cuadrado de primer término más la suma algebraica de los términos no comunes multiplicado por el término común más la suma del producto de los términos no comunes.

$$(a+b) \cdot (a+c) = a^2 + (b+c) \cdot a + bc$$

También se puede resolver multiplicando los polinomios.

$$(a+b) \cdot (a+c) = a^2 + ac + ab + bc$$
$$a^2 + (b+c) \cdot a + bc$$

Ejemplos

$$a) (3x^2 + 5x)(3x^2 + 2x) = 9x^4 + 6x^3 + 15x^3 + 10x^2$$
$$= 9x^4 + 21x^3 + 10x^2$$

$$b) (x+2)(x-3) = x^2 - 3x + 2x - 6$$
$$x^2 - x - 6$$

$$c) (5x^3 - 2x^2)(5x^3 - 3x^2) = 25x^6 - 15x^5 - 10x^5 + 6x^4$$
$$= 25x^6 - 25x^5 + 6x^4$$

$$d) (3x-4)(3x-10) = 9x^2 - 30x - 12x + 40$$
$$= 9x^2 - 42x + 40$$

Periodo 3. Factorización

Proceso Inverso del producto Notable.

I) factorización Sacando factor común.

Procedimiento:

- 1) Se saca el Máximo Común Divisor (M.C.D) de los coeficientes y las variables.
En las variables, el M.C.D es la misma letra con su menor exponente.
- 2) Se divide el Polinomio a factorizar por el factor común del polinomio; el (factor común es el M.C.D calculado)
- 3) Se escribe el factor común y el resultado de la división como producto de dos factores.

Ejemplos:

Factorizar sacando factor común

$$a) 45x^{10} - 30x^6 - 10x^4 = 5x^4 \cdot (9x^6 - 6x^2 - 2)$$

Calculamos el m.c.d de 45, 30 y 10 = 5 Factorización.

$$\begin{array}{r} 45 \div 3 \\ 15 \div 3 \\ 5 \div 5 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \div 2 \\ 15 \div 3 \\ 5 \div 5 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \div 2 \\ 5 \div 5 \\ 1 \end{array}$$

$$45 = 3^2 \cdot 5 \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad 10 = 2 \cdot 5$$

$$\text{factor común} = 5x^4$$

$$\text{M.C.D de } x^{10}, x^6, x^4 = x^4$$

Dividimos cada término del polinomio $\div 5x^4$

$$\frac{45x^{10}}{5x^4} = 9x^6 \quad ; \quad \frac{30x^6}{5x^4} = 6x^2 \quad ; \quad \frac{10x^4}{5x^4} = 2$$

Periodo 3 7/9

$$b) -9x^7 - 18x^4 + 27x^3 = 9x^3 \cdot (-1x^4 - 2x + 3)$$

$$\text{M.C.D.}(9, 18, 27) = 3^2 = 9$$

$$9 = 3^2$$

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$27 = 3^3$$

$$-\frac{9x^7}{9x^3} = -1x^4; \quad -\frac{18x^4}{9x^3} = -2x$$

$$\text{M.C.D.}(x^7, x^4, x^3) = x^3$$

$$\frac{27x^3}{9x^3} = 3$$

II) Factorización de un Trinomio Cuadrado Perfecto Procedimientos

- 1) Se ordena el Trinomio
- 2) Se verifica si el 1º y 3º Términos son Cuadrados Perfectos, es decir, si se les puede sacar raíz cuadrada.
- 3) Se escribe un binomio con esas raíces, separadas con el signo del 2º término del Trinomio y se eleva al cuadrado.

Ejemplo:

factorizar los Trinomios Cuadrado perfecto.

$$a) 25x^4 + 9 + 30x^2$$

Se ordena el Trinomio

$$25x^4 + 30x^2 + 9 = (5x^2 + 3)^2$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\sqrt{25x^4}$$

$$\downarrow$$

$$5x^2$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\sqrt{9}$$

$$\downarrow$$

$$3$$

$$c) x^2 - 18x + 81 = (x - 9)^2$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\sqrt{x^2}$$

$$\downarrow$$

$$x$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\sqrt{81}$$

$$\downarrow$$

$$9$$

$$d) 9x^2 + 3x + \frac{1}{4} = \left(3x + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\sqrt{9x^2}$$

$$\downarrow$$

$$3x$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\sqrt{1/4}$$

$$\downarrow$$

$$1/2$$

$$b) m^2 + 6x + 9 = (m + 3)^2$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\sqrt{m^2}$$

$$\downarrow$$

$$m$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\sqrt{9}$$

$$\downarrow$$

$$3$$

Período 3 8/9

III) factorización de la forma $x^2 + bx + c$

Procedimiento

- 1) Se forma el producto de dos binomios cuyo primer término es la raíz cuadrada del 1er término.
- 2) El signo del 2do término del 1er binomio es el signo de "b" y el signo del 2do término del 2do binomio es el producto de los signos de "b" y "c".
- 3) El Segundo término de los binomios:
 - Si los signos colocados son iguales, se buscan dos números que multiplicados den "c" y la suma de ambos sea "b".
 - Si los signos colocados son distintos, se buscan dos números que multiplicados den "c" y la resta de ambos sea "b".
- 4) En el primer binomio colocamos el valor mayor encontrado y en el segundo el valor menor.

Ejemplo. factorizar $x^2 - 7x + 10 = (x-5)(x-2)$
 $\sqrt{x^2} = x$

Ejemplo 2 factorizar $a^2 - 8a - 20 = (a-10)(a+2)$
 $\sqrt{a} = a$ $-20 = -10 \cdot 2$
 $-8 = -10 + 2$

Ejemplo 3. factorizar $x^2 - 3x + 2 = (x-2)(x-1)$
 $\sqrt{x^2} = x$
 $2 = -2 \cdot (-1)$
 $-3 = -2 - 1$

iv) Factorización de diferencias de Cuadrados

Procedimientos

1) Se calcula la raíz cuadrada de ambos términos.

a) Se forma el producto de dos binomios con estas raíces uno separando sus términos con "+" y el otro separando sus términos con "-".

Ejemplo: Factorizar $m^2 - 4 = (m+2)(m-2)$

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \sqrt{m} = m & & \sqrt{4} = 2 \end{array}$$

Ejemplo 2 factorizar: $9x^6 - 4x^4 = (3x^3 + 2x^2)(3x^3 - 2x^2)$

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \sqrt{9x^6} = 3x^3 & & \sqrt{4x^4} = 2x^2 \end{array}$$

Ejemplo 3. factorizar

$$\begin{array}{ccc} 100x^2 - 16 = (10x+4)(10x-4) \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \\ 10x \quad \quad 4 \end{array}$$