Liceo: Cardenal Quintero

4to periodo 1/7

Material de apoyo para Desarrollar Actividades Enviadas

"Período 4."

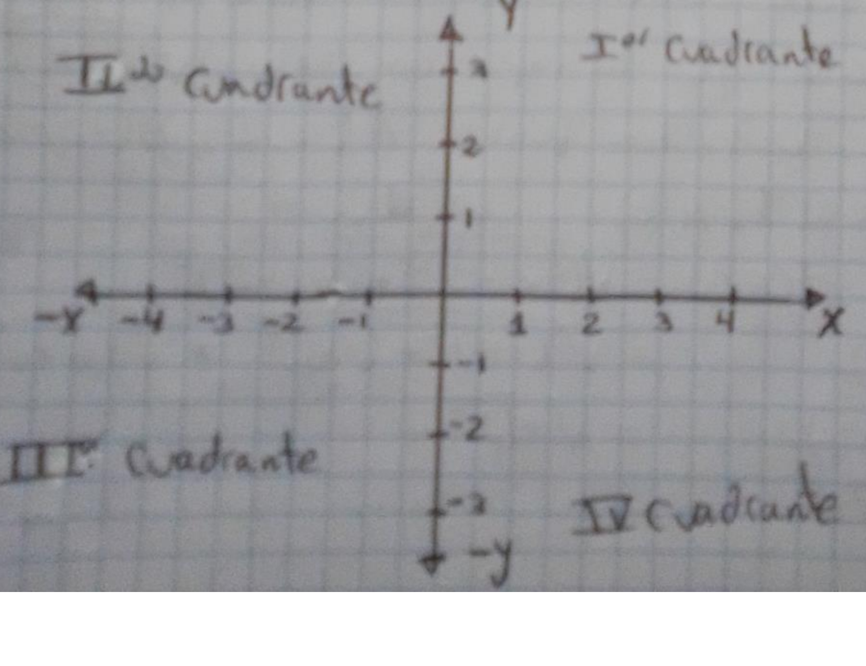
Plano Cartesiano

Consiste en dos ejes coordenados perpendiculares y graduados.

- El eje "x", llamado eje de las abscisas se gradúa positivamente desde el origen "0" hacia la derecha y negativamente hacia la izquierda.
- El eje "y", llamado eje de las ordenadas se gradúa positivamente de cero "0" hacia arriba y negativamente de cero "0" hacia abajo.

El plano cartesiano se divide en 4 regiones llamados cuadrantes, los mismos se identifican con números romanos empezando desde el cuadrante superior derecho y siguiendo el sentido contrario a la aguja de un reloj.

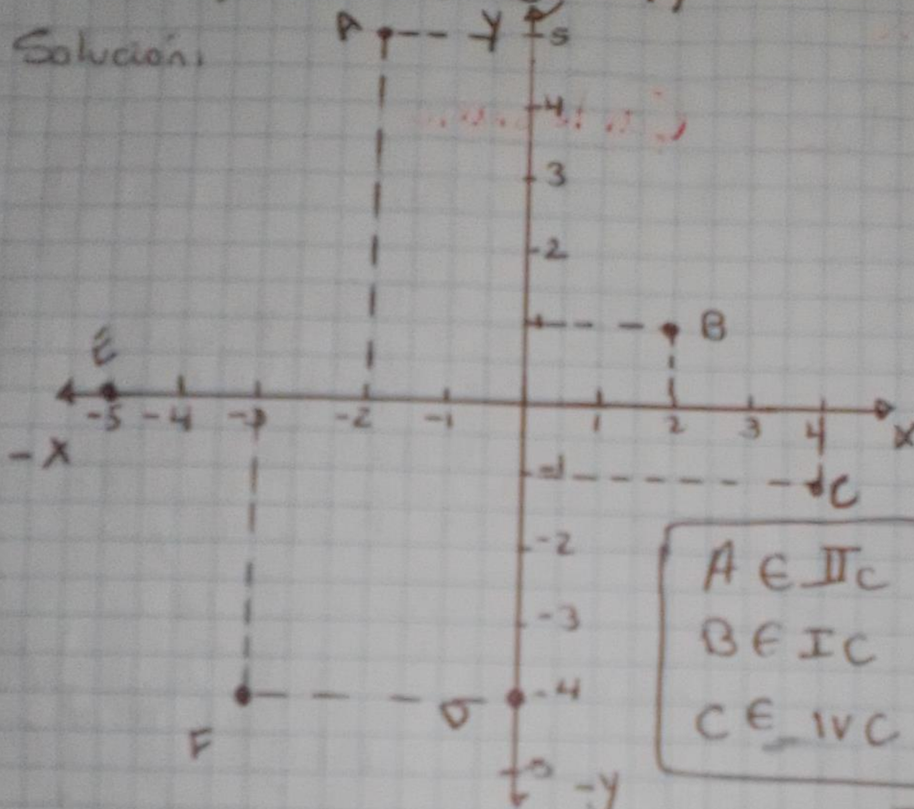
El plano cartesiano se utiliza para ubicar puntos y para ello se emplea la expresión $P(x, y)$ donde "x" representa la 1ra coordenada del punto y "y" representa la 2da coordenada.



Ejemplo: Ubicar los puntos en el plano e indique en que cuadrante está ubicado:

$A(-2,5)$ $B(2,1)$ $C(4,-1)$ $D(0,-4)$
$E(-5,0)$ $F(-3,-4)$

Solución:



$A \in II_c$ $D \in -y$
$B \in I_C$ $E \in -x$
$C \in IV_C$ $F \in III$

$\in$ = Pertenece.

Distancia Entre Dos Puntos de un Plano

La distancia entre los puntos $A(x_1,y_1)$ y $B(x_2,y_2)$ viene dada por la expresión $d_{(AB)} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

Ejemplo: Dado los puntos $A(2,2)$, $B(-2,-3)$ y $C(5,1)$

Determine a) $d(A,B)$; b) $d(C,A)$

Solución: $d(A,B) = \sqrt{(-2-2)^2+(-3-2)^2}$

$A(\underset{x_1}{2}, \underset{y_1}{2})$ $= \sqrt{(-4)^2+(-5)^2} = \sqrt{16+25}$

$B(\underset{x_2}{-2}, \underset{y_2}{-3})$ $= \sqrt{41}$

3/7 4to período

b) $d(CA) = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(2-5)^2+(2-1)^2}$

$C(\overset{x_1}{5},\overset{y_1}{1})$ $= \sqrt{(-3)^2+(1)^2} = \sqrt{9+1}$

$A(\underset{x_2}{2},\underset{y_2}{2})$ $= \sqrt{10}$

Pendiente de una Recta. (m)

Viene dada por el cociente entre la diferencia de las ordenadas y la diferencia de las abscisas

formula: $m = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

Esemplos Determine la pendiente de la recta que pasa por los siguientes puntos

a) $P(\overset{x_1}{-5},\overset{y_1}{3})$ y $Q(\overset{x_2}{2},\overset{y_2}{-4})$

Solución $m = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \dfrac{-4-3}{2-(-5)} = -\dfrac{7}{7} = -1$

b) $A(\overset{x_1}{1},\overset{y_1}{-2})$ y $B(\overset{x_2}{0},\overset{y_2}{-3})$

Solución: $m = \dfrac{-3-(-2)}{0-1} = \dfrac{-3+2}{-1} = \dfrac{-1}{-1} = 1$

Ecuación General de la Recta.

$Ax+By+C=0$, esta expresión se llama Ecuación General de la Recta, donde A, B y C son números reales, A o B pueden ser iguales a cero pero no ambos a la vez

Calculo de la Ecuación General de la recta dado la Pendiente "m" y un Punto Cualquiera de ella.

Sea una recta de pendiente "m" que pasa por el punto $P(x_1, y_1)$ entonces.

$m = \dfrac{y-y_1}{x-x_1}$ se expresa $y-y_1 = m(x-x_1)$

Se sustituye los valores dados, se aplican los procedimientos correspondientes y se iguala la expresión a cero.

Ejemplo 1. Hallar la Ecuación de la recta que pasa por el Punto $P(2,-3)$ y la pendiente $m=-4$

Solución: $y-y_1=m(x-x_1) = y-(-3)=-4(x-2)$

$y+3=-4x+8$

Igualando a cero: $y+3+4x-8=0$

Ordenando nos queda: $\boxed{4x+y-5=0}$

Ejemplo 2. Determinar la Ecuación de la recta que pasa por el punto $P(2,3)$ y Tiene pendiente $m=3$

Solución: $y-y_1=m(x-x_1)= y-3=3(x-2)$

$y-3=3x-6$

Igualando a cero $-3x+6+y-3=0$

multiplicamos por (-1) $-1.(-3x+y+3=0)$

la E.G.R nos queda $= \boxed{3x-y-3=0}$

Ecuación General de la Recta dado Dos Puntos de ella.

Cuando Tengamos Dos puntos cualquiera que pasa sobre una recta, podemos Calcular su pendiente y aplicamos la forma punto pendiente explicado anteriormente.

Ejemplo #1. Dados los Puntos $A(1,2)$ y $B(3,4)$, Determine la ecuación de la recta.

Solución: Calculamos la pendiente "m"

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-2}{3-1}=\frac{2}{2} \Rightarrow m=1$$

Con la Pendiente "m" calculada y cualquier punto, calculamos la E.G.R

$m=1$ $A=(1,2)$ $y-y_1=m(x-x_1)$

$y-2=1(x-1)$

$y-2=x-1$

$\Rightarrow -x+1+y-2=0 \Rightarrow -x+y-1=0$

$$\boxed{x-y+1=0}$$

Ejemplo #2 Encuentre la Ecuación de la recta que pase por los Puntos $A(-3,-1)$ $B(4,3)$

Calculamos la Pendiente $m = \frac{y - y_1}{x_2 - x_1}$

$$m = \frac{3-(-1)}{4-(-3)} = \frac{3+1}{4+3} \Rightarrow m = \frac{4}{7}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (-1) = \frac{4}{7}(x - (-3))$$

$$\Rightarrow y + 1 = \frac{4}{7}(x+3) \Rightarrow 7(y+1) = 4(x+3)$$

$$\Rightarrow 7y + 7 = 4x + 12 \Rightarrow -4x - 12 + 7y + 7 = 0$$

$$-1 \cdot (-4x + 7y - 5 = 0)$$

$$E.G.R \rightarrow \boxed{4x - 7y + 5 = 0}$$

Función Afín.

Se llama función afín a la función de la forma $f(x) = mx + b$ o $y = mx + b$ donde m y b son números fijos y cuya representación gráfica es una recta.

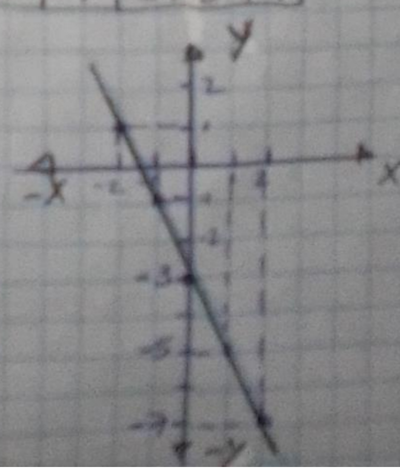
Para graficar una función afín, bastará con seleccionar valores y sustituirlo en la expresión o ecuación dada, aplicamos las operaciones señaladas y de ésta forma hallamos los valores de "y" para formar pares ordenados.
Al graficar los pares ordenados, Tendremos los puntos de la recta y finalmente los unimos.

Ejemplo: Graficar las Siguientes funciones.

a) $f(x) = -2x - 3$

x	-2	-1	0	1	2
y	1	-1	-3	-5	-7

$f(-2) = -2(-2) - 3 = 4 - 3 = 1$
$f(-1) = -2(-1) - 3 = 2 - 3 = -1$
$f(0) = -2(0) - 3 = 0 - 3 = -3$
$f(1) = -2(1) - 3 = -2 - 3 = -5$
$f(2) = -2(2) - 3 = -4 - 3 = -7$



Pares ordenados formados

$(-2, 1)$, $(-1, -1)$; $(0, -3)$

$(1, -5)$, $(2, -7)$

6/7 4to periodo

b) $f(x) = 2x - 1$

x	-2	-1	0	1	2
y	-5	-3	-1	1	3

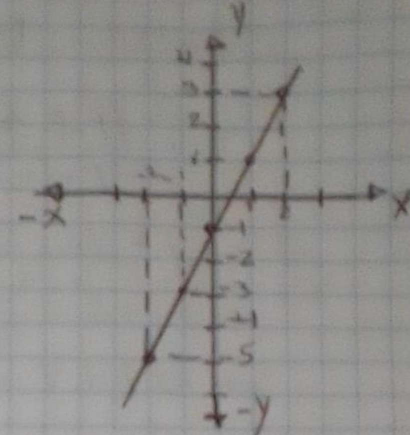
$f(-2) = 2(-2) - 1 = -4 - 1 = -5$

$f(-1) = 2(-1) - 1 = -2 - 1 = -3$

$f(0) = 2(0) - 1 = 0 - 1 = -1$

$f(1) = 2(1) - 1 = 2 - 1 = 1$

$f(2) = 2(2) - 1 = 4 - 1 = 3$



Sistema de ecuación Lineal

Es un Conjunto de ecuaciones Simultaneas que Tienen dos o más incognitas
La Solución de un Sistema Consiste en determinar el Valor de las incognitas de modo que Satisfaga a Cada ecuación.

Método de reducción para resolver un Sistema de ecuanes Lineal

Consiste en Sumar miembro a miembro las ecuaciones del Sistema de forma Tal que, al efectuar la operación, se elimine una de las incognitas.
A Veces es necesario multiplicar una de las ecuaciones o ambas por algún número para que eso Suceda.

Ejemplo # 1. Resolver $\begin{cases} 3x + y = -4 \\ 6x - 7y = 37 \end{cases} \Rightarrow 7 \begin{cases} 3x + y = -4 \\ 6x - 7y = 37 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 21x + 7y = -28 \\ 6x - 7y = 37 \\ \hline 27x = 9 \end{array}$$

$$x = \frac{9}{27} \begin{smallmatrix} \div 9 \\ \div 9 \end{smallmatrix} \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{3}}$$

$6x - 7y = 37$

$-7y = 37 - 6x$

$-7y = 37 - 6\left(\frac{1}{3}\right)$

$\Rightarrow y = \frac{37 - 2}{-7} = \frac{35}{-7}$

$\boxed{y = -5}$

Solución $x = 1/3$
$y = -5$

Ejemplo 2:

$$\begin{cases} 2x - \cancel{y} = -3 \\ x + \cancel{y} = 6 \end{cases}$$

$3x = 3$

$x = \frac{3}{3} \rightarrow x = 1$

II $x + y = 6 \rightarrow y = 6 - x$

$y = 6 - 1 \Rightarrow y = 5$

$\boxed{\text{Sol: } x = 1 \quad y = 5}$

Ejemplo #3

$$\begin{cases} 2x + 9y = 32 \\ 4x + 3y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 9y = 32 \\ -3\ \ 4x + 3y = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 2x + \cancel{9y} = 32 \\ -12x - \cancel{9y} = -12 \\ \hline \end{array}$$

$-10x = 20 \rightarrow x = \frac{20}{-10} \rightarrow x = -2$

II

$4x + 3y = 4 \rightarrow 3y = 4 - 4x \rightarrow$

$y = \frac{4 - 4(-2)}{3} \rightarrow y = \frac{4 + 8}{3} = \frac{12}{3}$