Liceo Cardenal Quintero
Asignatura: Matemática
Prof: Yanez Nallet José PERÍODO 5.

Material de apoyo para desarrollar Actividades Enviadas.

Multiplicación y División de raíces

Caso I. Con índices iguales.

Para multiplicar o dividir raíces con igual índice, se deja el mismo índice y se multiplican o dividen (según sea el caso) los radicandos, luego se simplifica el resultado si es necesario.

Ejemplos Resolver

a) $\sqrt[4]{48}\cdot 2\sqrt[4]{243}\cdot\sqrt[4]{768}$

$=\sqrt[4]{2^4\cdot 3}\cdot 2\sqrt[4]{3^5}\cdot\sqrt[4]{2^7\cdot 3}$

$=2\sqrt[4]{2^{11}\cdot 3^7}$

(2) $11 \,|\, 4$; $3 \quad 2$

$=2\cdot 2^2\cdot 3\sqrt[4]{2^3\cdot 3^3}$

$=24\sqrt[4]{(2\cdot 3)^3} = \boxed{24\sqrt[4]{6^3}}$

Descomposición

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$48=2^4\cdot 3$

243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$243=3^5$

768	2
384	2
192	2
96	2
48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$768=2^7\cdot 3$

b) $\dfrac{\sqrt[6]{4a^3b^2c}\cdot\sqrt[6]{8a^3b\cdot c^4}}{\sqrt[6]{16a^5b^5c^2}} = \sqrt[6]{\dfrac{2^2\cdot a^3b^2c\cdot 2^3\cdot a^3\cdot bc^4}{2^4\cdot a^5b^5c^2}}$

$=\sqrt[4]{\dfrac{2^5\cdot a^6\cdot b^3\cdot c^5}{2^4\cdot a^5\cdot b^5\cdot c^2}} = \boxed{\sqrt[4]{2ab^{-2}\cdot c^3}}$

PERíodo 5   2/5

Caso II. Con Indices Distintos

Para resolver una multiplicación o División de radicales con índices diferentes, Se Convierten los radicales al mínimo común índice y Luego Se multiplican o Se dividen (Según Sea el caso) Como radicales del mismo índice

Esjemplo #1

a) $\sqrt[4]{3a^2b} \cdot 5\sqrt[8]{9a^3b^2} \cdot 3\sqrt{27ab}$

Calculamos el m.c.I (4, 8 y 2) = 8

$$=15\sqrt[8]{(3\cdot a^2b)^2(3^2a^3b^2)^1\cdot(3^3ab)^4}$$

$$=15\sqrt[8]{3^2a^4b^2\cdot 3^2a^3b^2\cdot 3^{12}a^4b^4}$$

$$=15\sqrt[8]{3^{16}\cdot a^{11}\cdot b^8} = 15\cdot 3^2a\cdot b\sqrt[8]{a^3}$$

(3) 16|8 0 2   (a) 11|8 3 1   8|8 0 1

$$=\boxed{3^3\cdot 5ab\sqrt[8]{a^3}}$$

b) $\dfrac{4\sqrt[4]{2a^3}\cdot 16\sqrt{12a^2}\cdot\sqrt[6]{6a^4}}{8\sqrt{8a^2}\cdot\sqrt[4]{2a^3}}$ m.c.I = 12

$$=\frac{2^2\cdot 2^4}{2^3}\sqrt[12]{\frac{(2\cdot a^3)^3\cdot(2^2 3a^2)^6\cdot(2\cdot 3a^4)^2}{(2^3a^2)^6\cdot(2a^3)^3}}$$

$$\frac{2^6}{2^3}\sqrt[12]{\frac{2^3\cdot a^9\cdot 2^{12}\cdot 3^6\cdot a^{12}\cdot 2^2\cdot 3^2\cdot a^8}{2^{18}\cdot a^{12}\cdot 2^3\cdot a^9}}$$

$$=2^3\sqrt[12]{\frac{2^{17}\cdot 3^8\cdot a^{29}}{2^{21}\cdot a^{21}}} = 2^3\sqrt[12]{2^{-4}\cdot 3^8\cdot a^8}$$

$$=\boxed{8\sqrt[3]{2^{-1}\cdot 3^2\cdot a^2}}$$

Racionalización del denominador de una fracción.

Consiste en Transformar su denominador irracional en un número racional.

Caso I. Racionalización de denominadores monomios $\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right)$

Procedimientos: Se multiplica, el numerador y denominador por un radical del mismo índice, y el radicando sea la misma base con la cantidad necesaria de exponente hasta que este sea igual al índice o multiplo de este.

Esemplo:

1) Racionalizar el Denominador

a) $\frac{10m^2n}{\sqrt[4]{9m^2n}} = \frac{10m^2n}{\sqrt[4]{3^2m^2n}} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^2m^2n^3}}{\sqrt[4]{3^2m^2n^3}}$

$$= \frac{10m^2n\sqrt[4]{3^2m^2n^3}}{\sqrt[4]{3^4m^4n^4}} = \frac{10m^2n\sqrt[4]{3^2m^2n^3}}{3mn}$$

$$= \boxed{\frac{10m\sqrt[4]{3^2m^2n^3}}{3}}$$

Periodo 5 4/6

Uso de las Conjugadas para Racionalizar

Dado el binomio $(\sqrt{3}+2\sqrt{5})$ y la diferencia $(\sqrt{3}-2\sqrt{5})$, al hallar su producto nos queda:

$$(\sqrt{3}+2\sqrt{5})(\sqrt{3}-2\sqrt{5}) = (\sqrt{3})^2-(2\sqrt{5})^2$$
$$= 3-4(5) = 3-20$$
$$= \boxed{-17}$$

los factores anteriores son conjugadas entre sí; por lo tanto su solución es el cuadrado del primer término menos el cuadrado del 2do término.

Ejemplo: Determine el producto de las conjugadas

1) $(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-3) = (\sqrt{2})^2-(3)^2 = 2-9 = -7$

2) $(5\sqrt{2}-3\sqrt{3})(5\sqrt{2}+3\sqrt{3}) = (5\sqrt{2})^2-(3\sqrt{3})^2$

$$= 25(2)-9(3) = 50-27 = \boxed{23}$$

Caso II Racionalización de Denominadores binomios $\boxed{\dfrac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}}$

Se multiplica el numerador y el denominador por la conjugada del denominador, obteniendo como denominador el producto de una suma por su diferencia.

Ejemplo

$$\frac{4}{3+\sqrt{5}} = \frac{4}{3+\sqrt{5}}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} = \frac{4(3-\sqrt{5})}{(3)^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{4.(3-\sqrt{5})}{9-5}$$

$$= \frac{\cancel{4}(3-\sqrt{5})}{\cancel{4}} = \boxed{3-\sqrt{5}}$$

Periodo 5 5/6

b) $$\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}-\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2\sqrt{5}+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}.(2\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(2\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3}.(2\sqrt{5}+\sqrt{2})}{4(5)-2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}.(2\sqrt{5}+\sqrt{2})}{20-2} = \boxed{\frac{\sqrt{3}.(2\sqrt{5}+\sqrt{2})}{18}}$$

Ecuación de 2do grado

Es una ecuación en la que el exponente máximo de las incógnitas es "2".
Toda ecuación de 2do grado se puede escribir de la forma $ax^2+bx+c=0$ en donde el número "a" es distinto de cero.
a es el coeficiente de x^2
b es el coeficiente de x
c es el Termino Independiente.

para resolver una ecuación de 2do grado basta con sustituir los valores a, b y c en la siguiente fórmula.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2.a}$$

El signo ± antes del radical significa que hay dos soluciones

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \ ; \ x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Periodo 5

Esemplos: Resolva las ecuaciones de 2do grado.

a) $8x^2 - 10x + 11 = 3x(x+5) - 19$

$8x^2 - 10x + 11 = 3x^2 + 15x - 19$

$8x^2 - 10x + 11 - 3x^2 - 15x + 19 = 0$

$= 5x^2 - 25x + 30 = 0$

Como cada Termino es Divisible por 5, Simplificamos, nos queda:

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$a = 1,\ b = -5,\ c = 6$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2.a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(6)}}{2.(1)}$$

$$\rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} \rightarrow \boxed{x_1 = 3}\ ;\ x_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} \rightarrow \boxed{x_2 = 2}$$

b) $-12 = -x - x^2 \rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \quad a = 1;\ b = 1;\ c = -12$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(-12)}}{2.1}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} \rightarrow x = \frac{1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} \rightarrow \boxed{x = 3}\ \ x_2 = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} \rightarrow \boxed{x_2 = -2}$$